

Akdeniz-Dane Modelinden Keçeci-Fujii Modeline: 2n-Boyutlu Instanton Çözümleri, Yüksek Türevli Etkileşimler ve Kuantum Bilgi Uygulamaları

Mehmet Keçeci
ORCID: 0000-0001-9937-9839
E-posta: mkececi@yaani.com

28 Ocak 2026

Özet

Bu çalışmada, Akdeniz ve Dane'nin iki boyutlu konformal modelinden türeyen ve Fujii'nin yüksek türevli genelleştirmesi üzerine inşa edilen **Keçeci-Fujii modeli** sunulmaktadır. Model, çift boyutlu uzaylarda skaler-spinor etkileşimli yüksek türevli bir teoridir. Keçeci-Fujii modeli için yineleme bağıntıları türetilmiş, kuplaj sabitleri arasındaki ilişkiler analiz edilmiş ve dört boyutlu konformal modellerde Gürsey, Akdeniz-Dane ve Keçeci-Fujii kuplaj sabitlerinin karşılaştırmalı davranışı incelenmiştir. Çalışma, modelin kuantum hesaplama, topolojik kuantum malzemeler ve holografik prensipler bağlamındaki potansiyel uygulamalarını tartışmakta ve gelecek araştırma yönlerini önermektedir.

Anahtar Kelimeler: Instanton, Keçeci-Fujii modeli, Akdeniz-Dane modeli, Liouville terimi, konformal alan teorisi, kuplaj sabiti, yüksek türevli teoriler, kuantum hesaplama.

PACS: 11.25.Hf; 11.10.Ef; 11.15.Kc; 03.50.Kk; 11.30.Pb; 05.45.Yv; 03.67.Lx

PhySH: Conformal field theory; Solitons and instantons; Supersymmetry; Lagrangian approach; Quantum simulation; Topological phases of matter.

1 Giriş

Konformal alan teorilerindeki instanton benzeri çözümlerin incelenmesi [20], pertürbatif olmayan kuantum olgularının anlaşılmasında temel öneme sahiptir. Bu çizgide, Akdeniz ve Dane [1] tarafından önerilen iki boyutlu skaler-spinor etkileşim modeli, konformal simetri ve Liouville teriminin birleşiminden kaynaklanan zengin bir yapı sergilemektedir.

Fujii [3], bu modeli çift boyutlu uzaylara yüksek türevler ekleyerek genelleştirmiş ve instanton benzeri çözümlerin varlığını göstermiştir. Önceki çalışmamızda [4], Fujii modelinin matematiksel yapısını derinlemesine analiz ederek, model için **yineleme bağıntıları** türetmiş ve kuplaj sabitleri arasındaki tutarlılık koşullarını ortaya koymuştuk.

Bu çalışmada, **Keçeci-Fujii modeli** olarak adlandırdığımız bu genelleştirilmiş yapıyı sunuyor ve modelin modern fizik bağlamındaki önemini tartışıyoruz. Modelin tarihsel gelişimi şu şekilde özetlenebilir:

- (i) **Akdeniz-Dane Modeli (1985)**: İki boyutlu konformal skaler-spinor etkileşimi
- (ii) **Fujii Genelleştirmesi (1989)**: Çift boyutlu uzaylarda yüksek türevler
- (iii) **Keçeci Analizi (2011)**: Yineleme bağıntıları ve kuplaj sabiti analizi
- (iv) **Keçeci-Fujii (Keçeci-Akdeniz-Fujii) Modeli**: Modern uygulamalar ve kuantum bilgi bağlantıları

Modelin bu gelişimsel süreci, klasik konformal alan teorisi ile modern kuantum teknolojileri arasında köprü kurmamıza olanak sağlamaktadır.

Instantonların, süpersimetrik ve süpersimetrik olmayan ayar teorilerindeki rolü, vakum yapısı, kiral simetri kırılması ve θ -vakumu gibi temel konuları aydınlatmıştır [7, 6]. Özellikle, kütsüz fermiyonların varlığında instanton katkılarının baskılanması, süpersimetrik teorilerde vakum enerjisinin korunmasında kritik öneme sahiptir [8].

Son yıllarda, konformal alan teorileri (KAT) ile kuantum bilgi teorisi arasında derin bağlantılar keşfedilmiştir. AdS/CFT yazışması, holografi ilkesi ve entropi/dolanıklık ilişkileri, pertürbatif olmayan yapıların kuantum hesaplama ve yoğun madde sistemlerinde nasıl ortaya çıkabileceğine dair yeni perspektifler sunmaktadır [10]. Bu bağlamda, yüksek türevli modellerdeki instanton benzeri çözümler, topolojik kuantum hesaplama ve kuantum simülasyon için potansiyel platformlar olarak yeniden değerlendirilmektedir.

2 Keçeci-Fujii Modelinin Matematiksel Formülasyonu

2.1 Tarihsel Köken: Akdeniz-Dane Modeli

Modelimizin kökleri, Akdeniz ve Dane'nin [1] iki boyutlu konformal modeline dayanmaktadır:

$$\mathcal{L}_{\text{AD}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 + \frac{i}{2}\bar{\psi}\not{\partial}\psi + \frac{m^2}{\beta^2}e^{\beta\varphi} + \frac{m}{2\sqrt{2}}e^{\beta\varphi/2}\bar{\psi}\psi + g(\bar{\psi}\psi)^2. \quad (1)$$

Bu model, Liouville terimi içeren en basit skaler-spinor etkileşim teorilerinden biridir.

2.2 Fujii Genelleştirmesi

Fujii [3], bu modeli çift boyutlu uzaylarda (\mathbb{R}^D , $D = 2n$) yüksek türevler ekleyerek genelleştirmiştir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_F = & \frac{1}{2}(\partial_{\mu_{D/2}}\partial_{\mu_{(D-2)/2}}\cdots\partial_{\mu_1}\varphi)^2 \\ & + \frac{1}{2}(\partial_{\mu_{(D-2)/2}}\cdots\partial_{\mu_1}\bar{\psi})(i\not{\partial})(\partial_{\mu_{(D-2)/2}}\cdots\partial_{\mu_1}\psi) \\ & + \sum_{j=0}^D \alpha_j e^{(D-j)\beta\varphi/D}(\bar{\psi}\psi)^j. \end{aligned} \quad (2)$$

2.3 Keçeci-Fujii Modeli: Yineleme Bağlılıkları ile Tamamlanmış Formu

Önceki çalışmamızda [4] türettiğimiz yineleme bağlantılarını kullanarak, **Keçeci-Fujii Lagranjyeni**'ni şu şekilde ifade ediyoruz:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{KF}} = & \boxed{\frac{1}{2}(\partial_{\mu_{D/2}}\partial_{\mu_{(D-2)/2}}\cdots\partial_{\mu_1}\varphi)^2} \\ & + \frac{1}{2}(\partial_{\mu_{(D-2)/2}}\cdots\partial_{\mu_1}\bar{\psi})(i\not{\partial})(\partial_{\mu_{(D-2)/2}}\cdots\partial_{\mu_1}\psi) \\ & + \sum_{j=0}^D \alpha_j^{(\text{KF})} e^{(D-j)\beta\varphi/D} (\bar{\psi}\psi)^j \end{aligned} \quad (3)$$

burada $\alpha_j^{(\text{KF})}$ kuplaj sabitleri, aşağıdaki **Keçeci yineleme bağlantıları**'ni sağlar:

$$(\bar{C}C)^j = \mp \frac{(2A)^{j+1}(D-1)!}{2AD\alpha_{j+1}^{(\text{KF})}(j+1)}, \quad j = 1, \dots, D \quad (4)$$

$$\alpha_j^{(\text{KF})} = \frac{D^2(j+1)\alpha_{j+1}^{(\text{KF})}}{A\beta^2(D-j)}, \quad j = 0, \dots, (D-1). \quad (5)$$

2.4 Instanton Benzeri Çözümler

Keçeci-Fujii modelinin konformal instanton benzeri çözümleri:

$$\varphi_{\text{KF}} = \frac{1}{\beta} \log \left(\frac{2A}{1+X^2} \right)^D, \quad (6)$$

$$\psi_{\text{KF}} = \frac{1}{1+X^2} (1 + i\gamma \cdot X) C. \quad (7)$$

Bu çözümler, aşağıdaki **Keçeci-Fujii tutarlılık denklemleri**'ni sağlar:

$$\frac{D}{2} 2^D (D-1)! + \beta \sum_{j=0}^{D-1} \alpha_j^{(\text{KF})} \frac{D-j}{D} (2A)^{D-j} (\bar{C}C)^j = 0, \quad (8)$$

$$-2^D (D-1)! + \beta \sum_{j=1}^D \alpha_j^{(\text{KF})} j (2A)^{D-j} (\bar{C}C)^{j-1} = 0. \quad (9)$$

3 Modelin Özgün Katkıları ve Keçeci Analizi

3.1 Keçeci Yineleme Bağlılıkları

Önceki çalışmamızın [4] temel katkısı, modelin parametre uzayını kısıtlayan yineleme bağlantılarının türetilmesidir. Bu bağlantılar:

- Kuplaj sabitleri $\alpha_j^{(\text{KF})}$ arasında tutarlılık sağlar

- Instanton parametresi A ile spinor yoğunluğu $\bar{C}C$ arasında bağlantı kurar
- Modelin farklı boyutlarda tutarlı şekilde genelleştirilmesine olanak tanır

3.2 Dört Boyutlu Özel Durum

$D = 4$ için Keçeci-Fujii modeli şu basitleştirilmiş formu alır:

$$\mathcal{L}_{\text{KF}}^{(4)} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \partial_\nu \varphi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \bar{\psi})(i\cancel{\partial})(\partial_\mu \psi) + \sum_{j=0}^4 \alpha_j^{(\text{KF})} e^{(4-j)\beta\varphi/4} (\bar{\psi}\psi)^j. \quad (10)$$

Bu durumda Keçeci yineleme bağıntıları şu çözümleri verir:

Tablo 1: D=4 için Keçeci-Fujii modeli çözümleri [4]

Durum	$g = \alpha_2^{(\text{KF})}$	A	$\bar{C}C$
Saf çözüm	0	$-2, 2, 0$	$\mp 40/\beta^2, 0$
$g = \beta^2/32$	$\beta^2/32$	$-1/2$	-
$g = 3\beta^2/136$	$3\beta^2/136$	4	-
Özel çözüm	$1/4$	Özel	∓ 5

4 Kuantum Bilgi Bağlamında Keçeci-Fujii Modeli

4.1 Topolojik Kuantum Hesaplama ile Bağlantı

Keçeci-Fujii modelindeki instanton çözümleri, topolojik kuantum hesaplamanın temel kavramlarıyla dikkate değer benzerlikler gösterir:

1. **Topolojik Yükün Korunumu:** Instantonların tamsayı topolojik yükü (Q), topolojik kubitlerin anyonik istatistikleriyle benzer matematiksel yapıya sahiptir.
2. **Kuantum Tünelleme Dinamiği:** Modeldeki instanton çözümleri, farklı topolojik sektörler arasındaki kuantum tünellemeyi tanımlar. Bu, kuantum tavlama algoritmalarında kullanılan mekanizmanın bir analogudur.
3. **Yüksek Türevli Etkileşimler:** Keçeci-Fujii modelindeki yüksek türev terimleri, çok cisimli kuantum sistemlerindeki efektif etkileşimlere karşılık gelebilir.

4.2 Holografik Prensip Bağlamında

Modelin konformal yapısı, holografik dualite ile doğal bir bağlantı kurar:

$$\mathcal{Z}_{\text{Keçeci-Fujii}}[\varphi_0, \psi_0] = \mathcal{Z}_{\text{Gravity}}[\phi|_{\text{smr}} = \varphi_0, \Psi|_{\text{smr}} = \psi_0] \quad (11)$$

Keçeci-Fujii modelindeki yüksek türevli terimler, dual kütleçekim tarafında yüksek türevli kütleçekim teorilerine karşılık gelir.

5 Gelecek Çalışma Önerileri

5.1 Deneysel Uygulamalar

1. **Kuantum Simülasyon:** Keçeci-Fujii modelinin basitleştirilmiş versiyonlarının, soğuk atom sistemleri veya süperiletken kubitlerle kuantum simülasyonu.
2. **NISQ Algoritmaları:** Modelin instanton dinamiklerinin, yakın dönem kuantum işlemcilerde optimizasyon algoritmalarında kullanılması.
3. **Topolojik Malzemeler:** Modelin öngördüğü faz yapılarının, topolojik yalıtkanlarda deneysel araştırılması.

5.2 Teorik Geliştirmeler

1. **Keçeci-Fujii Modelinin Kuantum Düzelmesi:** Modelin tam kuantum düzelmesinin hesaplanması ve RG akışlarındaki davranışı.
2. **Süpersimetrik Genişletme:** Keçeci-Fujii modelinin $\mathcal{N} = 2$ süpersimetrik versiyonunun inşası.
3. **Holografik Dual:** Model için tam bir holografik dual teorisinin kurulması.

6 Sonuç ve Değerlendirme

Bu çalışmada, Akdeniz-Dane modelinden türeyen ve Fujii genelleştirmesi üzerine Keçeci analizi ile tamamlanan **Keçeci-Fujii modeli** sunulmuştur. Modelin temel özellikleri şunlardır:

1. **Tarihsel Süreklilik:** Akdeniz-Dane (1985) \rightarrow Fujii (1989) \rightarrow Keçeci (2011) \rightarrow Keçeci-Fujii
2. **Matematiksel Tutarlılık:** Keçeci yineleme bağıntıları ile sağlanan parametre uzayı kısıtlamaları
3. **Fiziksel Derinlik:** Instanton çözümleri, konformal simetri ve yüksek türevli etkileşimlerin birleşimi
4. **Modern Bağlantılar:** Kuantum hesaplama, holografi ve topolojik malzemelerle doğal bağlantılar

Keçeci-Fujii modeli, klasik konformal alan teorisi ile modern kuantum teknolojileri arasında köprü kuran verimli bir araştırma platformu sunmaktadır. Modelin önerdiği yapılar, hem teorik fizikte temel sorulara ışık tutmakta hem de deneysel uygulamalar için yol haritası çizmektedir.

Önceki çalışmamızda [[4], [5], [21], [22], [20]] başlatılan analiz, bu çalışmayla modern fizik bağlamında genişletilmiş ve derinleştirilmiştir. Gelecek çalışmalar, modelin deneysel test edilebilir öngörülerini araştırmak ve kuantum bilgi kaynaklarıyla etkileşimini anlamak üzere yönlendirilmelidir.

Teşekkür

K. G. Akdeniz ve C. Dane'nin öncü çalışmaları ile K. Fujii'nin genelleştirmesi için minnettarlığımı belirtirim.

Kaynaklar

- [1] Akdeniz, K. G., & Dane, C. (1985). Instantons in a two-dimensional conformal invariant model with a Liouville term. *Letters in Mathematical Physics*, 9(3), 201–204. <https://doi.org/10.1007/BF00402830>
- [2] Gürsey, F. (1956). On a conform-invariant spinor wave equation. *Il Nuovo Cimento*, 3(5), 988–1006. <https://doi.org/10.1007/BF02823498>
- [3] Fujii, K. (1989). A classical solution of scalar-spinor interaction models with higher derivatives on even-dimensional spaces. *Letters in Mathematical Physics*, 17(3), 197–200. <https://doi.org/10.1007/BF00401585>
- [4] Keçeci, M. (2011). 2n-dimensional at Fujii model instanton-like solutions and coupling constant's role between instantons with higher derivatives. *Turkish Journal of Physics*, 35(2), 173–178. <https://doi.org/10.3906/fiz-1012-66>
- [5] Keçeci, M. (2026). 2n-Boyutlu Fujii Modelinde Instanton Benzeri Çözümler ve Yüksek Türevli Instantonlar Arasındaki Kuplaj Sabitinin Rolü. Open Science Articles (OSAs), Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.18398161>
- [6] Belavin, A. A., Polyakov, A. M., Schwartz, A. S., & Tyupkin, Y. S. (1975). Pseudoparticle solutions of the Yang-Mills equations. *Physics Letters B*, 59(1), 85–87. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(75\)90163-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(75)90163-X)
- [7] Dorey, N., Hollowood, T. J., Khoze, V. V., & Mattis, M. P. (2002). The calculus of many instantons. *Physics Reports*, 371(4-5), 231–459. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(02\)00301-0](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(02)00301-0)
- [8] Abbott, L. F., Grisaru, M. T., & Schnitzer, H. J. (1977). Supercurrent anomaly in a supersymmetric gauge theory. *Physical Review D*, 16(10), 2995–3007. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.16.2995>
- [9] Callan, C. G., Dashen, R. F., & Gross, D. J. (1976). The structure of the gauge theory vacuum. *Physics Letters B*, 63(3), 334–340. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(76\)90277-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(76)90277-X)
- [10] Zamolodchikov, A. B., & Zamolodchikov, A. B. (1979). Factorized S-matrices in two dimensions as the exact solutions of certain relativistic quantum field models. *Annals of Physics*, 120(2), 253–291. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(79\)90391-9](https://doi.org/10.1016/0003-4916(79)90391-9)
- [11] Jackiw, R., & Rebbi, C. (1976). Vacuum periodicity in a Yang-Mills quantum theory. *Physical Review D*, 14(2), 517–524. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.14.517>
- [12] Fujii, K. (1988). A classical solution of the nonlinear pure spinor models with higher derivatives. *Letters in Mathematical Physics*, 15(2), 137–142. <https://doi.org/10.1007/BF00397834>

- [13] Actor, A. (1981). Classical solutions and energy-momentum tensor. *Annals of Physics*, 131(2), 269–282. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(81\)90032-4](https://doi.org/10.1016/0003-4916(81)90032-4)
- [14] Fujii, K. (1985). A classical solution of the non-linear complex Grassmann σ -model with higher derivatives. *Communications in Mathematical Physics*, 101(2), 207–211. <https://doi.org/10.1007/BF01218759>
- [15] Akdeniz, K. G., Dane, C., & Hortacsu, M. (1988). Eigenmodes for fluctuations about the classical solution in the generalized Liouville equation. *Physical Review D*, 37(10), 3074–3076. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.37.3074>
- [16] Akdeniz, K. G., & Smailagić, A. (1979). Classical solutions for fermionic models. *Il Nuovo Cimento A*, 51(3), 345–357. <https://doi.org/10.1007/BF02776595>
- [17] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition. Cambridge: Cambridge University Press.
- [18] Kitaev, A. Y. (2003). Fault-tolerant quantum computation by anyons. *Annals of Physics*, 303(1), 2–30. [https://doi.org/10.1016/S0003-4916\(02\)00018-0](https://doi.org/10.1016/S0003-4916(02)00018-0)
- [19] Maldacena, J. M. (1999). The large-N limit of superconformal field theories and supergravity. *International Journal of Theoretical Physics*, 38(4), 1113–1133. <https://doi.org/10.1023/A:1026654312961>
- [20] Keçeci, M. (2001). Konformal spinör alan teorileri [Conformal spinor field theories] [Master’s thesis, Gebze Technical University]. *YÖK National Thesis Center*. Thesis No: 109951
- [21] Keçeci, M. (2001). Akdeniz-Dane Modelinden Keçeci-Fujii Modeline: 2n-Boyutlu Instanton Çözümleri, Yüksek Türevli Etkileşimler ve Kuantum Bilgi Uygulamaları. Open Science Articles (OSAs), Zenodo. [10.5281/zenodo.18399540](https://doi.org/10.5281/zenodo.18399540)
- [22] Keçeci, M. (2001). The Keçeci-Fujii Model Derived from Akdeniz-Dane Model: 2n-Dimensional Instanton Solutions, Higher-Derivative Interactions and Quantum Information Applications. Open Science Articles (OSAs), Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.18399634>

A Keçeci-Fujii Modeli: Matematiksel Detaylar

A.1 Modelin Gelişimi

Model	Boyut	Türev Düzeyi	Katkı
Akdeniz-Dane (1985)	2D	Birinci türev	Temel skaler-spinor etkileşimi
Fujii (1989)	2nD	Yüksek türev	Boyut ve türev genelleştirmesi
Keçeci (2011)	2nD	Yüksek türev	Yineleme bağıntıları, kuplaj analizi
Keçeci-Fujii	2nD	Yüksek türev	Modern uygulamalar, kuantum bağlantılar

Tablo 2: Keçeci-Fujii modelinin tarihsel gelişimi

A.2 Keçeci Yineleme Bağıntılarının Türetimi

Önceki çalışmamızda [4] türettiğimiz yineleme bağıntıları, instanton benzeri çözümlerin (6) ve (7) tutarlılık denklemlerinden (8) ve (9) elde edilir.

A.3 Simetri Özellikleri

Keçeci-Fujii modeli aşağıdaki simetrileri korur:

- Konformal simetri (klasik düzeyde)
- Küresel $U(1)$ simetri: $\psi \rightarrow e^{i\theta}\psi$
- Ayırık simetri: $\varphi \rightarrow -\varphi$, $\beta \rightarrow -\beta$ (belirli koşullarda)

A.4 Kuantum Bilgi Parametreleri

Keçeci-Fujii modelinin parametrelerinin kuantum bilgi yorumu:

Parametre	Fiziksel Anlam	Kuantum Bilgi Karşılığı
$\alpha_j^{(\text{KF})}$	Kuplaj sabitleri	Etkileşim kuvveti
β	Liouville kuplajı	Ölçek değişmezliği parametresi
A	Instanton boyutu	Tünelleme genliği
CC	Spinor yoğunluğu	Dolanıklık ölçüsü
$D = 2n$	Uzayzaman boyutu	Hilbert uzayı boyutu ile analog

Tablo 3: Keçeci-Fujii modeli parametrelerinin kuantum bilgi yorumları